## Nuoseklūs sprendimai ir dinaminis programavimas

### "Vienkartinės" nuotakos uždavinys

Čia nuotaka teka tik vieną sykį.
Galimų jaunikių skaičius $N$.
Jaunikio gerumas $\omega$.
Gerumų pasiskirstymas Gauso

$$p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-1/2(\frac{\omega-\alpha_0}{\sigma_0})^2}, \tag{66}$$

kur $\alpha_0$ vidutinis gerumas,
$\sigma_0^2$ gerumo išsibarstymas.
Nuotakos įspudis $s$ apie jaunikio gerumą taip pat Gauso

$$p(s|\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-1/2(\frac{s-\omega}{\sigma})^2}. \tag{67}$$

kur $\sigma$ nuotakos stebėjimo paklaida.

## Gerumo įvertinimas kai įspudis $s$

Jaunikių gerumą $\omega$ kai įspudis $s$ nusako Bayes'o formulė

$$p(\omega|s) = \frac{p(s|\omega)p(\omega)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(s|\omega)p(\omega)d\omega}. \tag{68}$$

Laukiamas jaunkio naudingumas kai įspudis $s$

$$u(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega p(\omega|s)d\omega, \tag{69}$$

kur $p(\omega)$ tikmybinis tankis.
Kai gerumai bei įspudžiai diskretūs,
integralas virsta suma

$$u(s_j) = \sum_i \omega_i P(\omega_i|s_j), \tag{70}$$

kur
$P(\omega_i|s_j)$ tikimybė, kad gerumas $\omega = \omega_i$,
kai jaunikis daro įspudį $s = s_j$.

## Nuotakos sprendimo funkcija

Laukiamas naudingumas kai peršasi paskutinis $N$-tasis jaunikis

$$u_N(s) = u(s), \tag{71}$$

nes tekėti būtina pagal uždavinio sąlygas. Optimalus sprendimas $d_{N-1}(s)$, kai peršasi $(N-1)$-as jaunikis, randamas pagal formules:

$$u_{N-1}(s) = \max_d (du(s) + (1-d)u_N), \tag{72}$$

$$d_{N-1}(s) = arg \max_d (du(s) + (1-d)u_N). \tag{73}$$

Analogiskai randam optimalų sprendimą kai peršasi $(N-n)$-tas jaunikis.
Taip gaunam nuotakos sprendimo funkciją kuri nurodo kritinio įspudžio $s$ priklausomybę nuo jaunikio eilės numerio $n$.

## "Daugkartinės" nuotakos sprendimo funkcija

Nuotaka gali tekėti ir skirtis $N$ kartų.
Jaunikio gerumą žymėsim $\omega$.
Skaitysim, kad nuotaka "aiškairegė",
t.y $\omega = s$.
Turimo vyro gerumą žymėsim $q$.
Atsisakymo tekėti kainą žymėsim $c = \tau - l$,
kur
$\tau$ laukimo nuostoliai,
$l$ skirybų kaina.
Tada vidutinis naudingumas kai peršasi
paskutinis $N$-tasis jaunikis

$$u_N(\omega, q) = \max_d (d\omega + (1-d)(q_N - c_N)). \quad (74)$$

Optimalus sprendimas
priklauso nuo dviejų kintamųjų,
vyro gerumo $q_N$ ir jaunikio gerumo $\omega_N$:

$$d_N^* = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega_N > q_N - c_N, \\ 0, & \text{if } \omega_N \le q_N - c_N. \end{cases} \quad (75)$$

## Maksimalus naudingumas, kai peršasi $(N-i)$-as jaunikis

Maksimalus naudingumas priklauso nuo dvieju parametrų, $q$ ir $\omega$.

$$u_{N-i}(\omega, q) = \max_d (d\omega + (1-d)(u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i})).$$

Čia $u_{N-i+1}(q)$ yra laukiamas naudingumas $(N-i+1)$-mais metais, kai turimo vyro gerumas yra $q$.

$$u_{N-i+1}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{N-i+1}(\omega, q) p_{N-i+1}(\omega) d\omega. \qquad (76)$$

## Sprendimo funkcija kai peršasi $(N-i)$-as jaunikis

$p_{N-i+1}(\omega)$ tai gerumo tikimybių pasiskirstymas $(N-i+1)$-mais metais.

$$q_{N-i+1} = \begin{cases} \omega_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} < q^*_{N-i}, \\ q_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} \geq q^*_{N-i}. \end{cases}$$

$q^*_{N-i}$ gaunam iš lygties

$$\omega_{N-i} = u_{N-i+1}(q^*_{N-i}) - c_{N-i}. \qquad (77)$$

Optimalus sprendinys $(N-i)$-ais metais

$$d^*_{N-i} = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega_{N-i} > u_{N-i+1}(q_N - i + 1) - c_{N-i}, \\ 0, & \text{if } \omega_{N-i} \leq u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i}. \end{cases}$$

Čia sprendimo funkcijos $d^*_{N-i}$ priklauso nuo dviejų kintamųjų $\omega, q$.

Tai sunkina skaičiavimus ir grafinį atvaizdavimą